

# مدلسازی آماری ویسکوزیته و دانسیته تراوه به عنوان تابعی از عوامل مختلف فرآیند اولترافیلتراسیون شیر

سید محمد علی رضوی<sup>۱</sup>

تاریخ دریافت: ۸۲/۵/۵

## چکیده

ویسکوزیته و دانسیته از جمله مهمترین خواص فیزیکی برای تجزیه و تحلیل کارایی فرآیندهای غشایی و همچنین طراحی یک فرآیند غشایی جدید هستند. بعلاوه انرژی مورد نیاز برای پمپاز سیال فرآیند نیز تابعی از مقدار این دو خصوصیت فیزیکی است. در این تحقیق ابتدا اثر عوامل مختلف فرآیند نظیر اختلاف فشار در عرض غشاء (۰،۱۰۱، ۱۵۲، ۲۰۳، ۲۵۳ کیلوپاسکال) و درجه حرارت (۳۰، ۴۰ و ۵۰ درجه سانتی گراد) و همچنین اثر خصوصیات فیزیکوشیمیایی مانند pH (۶/۶۷، ۶/۲۵، ۶/۴۳ و ۵/۹۷) و درصد چربی (۰،۰۹، ۰،۱۹، ۰/۲۶، ۰/۲۴) بر ویسکوزیته و دانسیته تراوه در طی فرآیند اولترافیلتراسیون شیر مورد بررسی قرار گرفت. سپس با کمک نرم افزار آماری Sigmastat دو مدل رگرسیون چند متغیره خطی به منظور پیشگویی ویسکوزیته و دانسیته در فرآیند اولترافیلتراسیون شیر بدست آمد. نتایج تجربی نشان داد که با افزایش دمای فرآیند و درصد چربی شیر مقدار ویسکوزیته و دانسیته کاهش می‌یابد. تغییرات pH تأثیر چندانی بر ویسکوزیته و دانسیته نداشت. اما با افزایش اختلاف فشار عملیاتی رفتار دو گانه‌ای مشاهده شد، بطوری که تا فشار ۱۵۲ کیلوپاسکال مقدار دانسیته و ویسکوزیته افزایش یافت؛ ولی ادامه افزایش فشار موجب کاهش دانسیته و ویسکوزیته گشت. در ضمن نتایج مدلسازی آماری برای ویسکوزیته و دانسیته نشان داد که ویسکوزیته تنها تابعی از دما است و بین داده‌های واقعی با مقادیر پیشگویی شده توسط مدل همبستگی عالی ( $R = ۰/۹۷۶$ ) وجود دارد، در حالی که دانسیته وابسته به درصد چربی و دما بوده و بین داده‌های تجربی با مقادیر بدست آمده توسط مدل انتخابی همبستگی خوبی ( $R = ۰/۹۰۴$ ) مشاهده شد.

واژه‌های کلیدی: اولترافیلتراسیون؛ شیر؛ ویسکوزیته؛ دانسیته؛ تراوه و مدلسازی.

## ۱- مقدمه

است. از اینرو ویسکوزیته و دانسیته از جمله مهمترین خصوصیات فیزیکی برای طراحی یا تجزیه و تحلیل فرآیندهای غشایی هستند. شیر و فرآورده‌های لبنی از لحاظ ترکیب شیمیایی و خصوصیات رئولوژیکی بسیار متنوع می‌باشند، لذا ویسکوزیته و دانسیته به عنوان شاخص‌های مهم برای بررسی ویژگی‌های جریان و همچنین توضیح بسیاری از خواص حسی و کیفی محصول نیز حائز اهمیت‌اند. برای درک بهتر حایگاه این دو خصوصیت فیزیکی ابتدا به تعدادی از معادلات حاکم بر فرآیند اولترافیلتراسیون اشاره می‌شود (۳ و ۶).

در چند دهه گذشته فرآیند اولترافیلتراسیون (UF)<sup>۱</sup> کاربرد فرآیندهای در صنایع لبنیات به ویژه برای تغییظ شیر و آب پنیر پیدا کرده است. کارآیی<sup>۲</sup> و هزینه یک فرآیند غشایی به شار تراوه (فاز عبوری از درون غشاء)<sup>۳</sup> و درصد دفع اجزاء آن بستگی دارد (۳). نوع غشاء؛ پارامترهای عملیاتی و خصوصیات سیال تعیین کننده شار جریان و غلظت اجزاء در ناتراوه<sup>۴</sup> (فاز تغییظ شونده توسط غشاء) و تراوه می‌باشد. از طرف دیگر برای طراحی یک فرآیند غشایی جدید داشتن اطلاعات مربوط به خواص فیزیکی و مهندسی سیال ضروری

۱- عضو هیات علمی گروه علوم و صنایع غذایی دانشکده کشاورزی دانشگاه فردوسی مشهد. پست الکترونیکی: s.razavi@um.ac.ir

2 - Ultrafiltration  
3 - Performance  
4 - Permeate flux

5 - Rejection (or retention)  
6 - Retentate

با افزایش غلظت در طی فرآیندهای غشایی بطور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد که دلیل آن عمدتاً ناشی از اثر پروتئین‌های شیر به ویژه کازین‌ها عنوان شده است. به طوری که با جداسازی کازین و افزایش غلظت تا بالاتر از ۲۰ درصد مواد جامد رفتار نیوتونی مشاهده شده و ویسکوزیته تقریباً رابطه خطی با غلظت داشته است (۶). افزودن آب موجب کاهش ویسکوزیته شیر می‌شود، اما افزایش غلظت لاکتوز، چربی و به خصوص ماده خشک بدون چربی (SNF) باعث افزایش ویسکوزیته می‌گردد (۱۱). در یک تحقیق نشان داده شد که بین ویسکوزیته و درصد چربی همبستگی مثبت ( $r = 0.69$ ) وجود دارد، اما بین ویسکوزیته و درصد لاکتوز همبستگی معنی داری ( $r = -0.03$ ) یافت نشد (۲). همچنین کاهش و افزایش pH موجب افزایش ویسکوزیته شیر می‌شود (۱۰). به نظر می‌رسد تغییرات pH موجب تغییر ساختار میسل‌های کازین، پروتئین‌های محلول و توازن املاح شیر می‌شود. گزارش شده است که pH تأثیر چندانی بر ویسکوزیته سیستم‌های آب پنیری ندارد (۴). افزایش آب پنیر تا ۱۰، ویسکوزیته آب پنیر چدار و کاتیج pH را به میزان ۲ برابر افزایش داد، ولی کاهش pH تا زیر ۶ تأثیری بر ویسکوزیته نداشت. در طی عملیات غشایی فرآورده‌های لبنی تغییرات ناچیزی در pH وجود می‌آید ولی تأثیر چندانی بر ویسکوزیته آنها ندارد (۳). نتایج اثر دما در دامنه  $10-80^{\circ}\text{C}$  بر ویسکوزیته شیر کامل، شیر پس چرخ و آب پنیر نشان داده است که با افزایش دما، ویسکوزیته به صورت غیر خطی کاهش می‌یابد (۱۱، ۵ و ۱۱). البته ویسکوزیته شیر در دماهای بالاتر از  $40^{\circ}\text{C}$  به صورت غیرمنتظره‌ای تغییر می‌کند که محققین علت آن را احتمالاً تغییر حالت چربی شیر

## الف- مدل فشار اسمزی

$$J_p = \frac{|\Delta p| - |\Delta \pi|}{\mu_p R_m} \quad (1)$$

## ب- مدل پلاریزاسیون غلظت (تئوری فیلم)

$$J_p = k_s \ln \left[ \frac{c_m - c_p}{c_h - c_p} \right] \quad (2)$$

$$\left( \frac{k_s d_h}{D} \right) = A \left( \frac{\rho_u d_h}{\mu} \right)^{\alpha} \left( \frac{\mu}{\rho D} \right)^{\beta} \left( \frac{d_h}{L} \right)^{\gamma} \quad (3)$$

$$D = \frac{KT}{\sigma \pi \mu r} \quad (4)$$

## ج- مدل مقاومت‌های متوالی

$$R_T = \frac{\Delta P_T}{\mu_p J_p} \quad (5)$$

$$R_m = \frac{\Delta P_m}{\mu_o J_o} \quad (6)$$

$$R_{tf} = \frac{\Delta P_t}{\mu_{tf} J_{tf}} - R_m \quad (7)$$

$$R_{rf} = R_T - (R_{tf} + R_m) \quad (8)$$

با ملاحظه معادلات فوق به خوبی می‌توان دریافت که ویسکوزیته ( $\mu$ ) و دانسیته ( $\rho$ ) تا چه اندازه بر کارایی فرآیند اولترافیلتراسیون تأثیر گذار هستند. پدیده‌هایی همچون گرفتگی و پلاریزاسیون غلظت و نقش آنها بر عملکرد یک فرآیند غشایی تنها با توجه به خصوصیات شیمیایی و فیزیکی سیال فرآیند قابل تفسیر می‌باشد. عوامل بسیار زیادی بر ویسکوزیته و دانسیته سیالات لبنی اثر می‌گذارند. بعضی از این عوامل توسط محققین مورد بررسی قرار گرفته است. عموماً ویسکوزیته فرآورده‌های لبنی مایع نظیر شیر و آب پنیر

تراوه ارائه می شود تا به کمک آنها بتوان مقادیر این دو خصوصیت فیزیکی را به عنوان تابعی از پارامترهای فرآیند اولترافیلتراسیون شیر تخمین زد.

## ۲- مواد و روش‌ها

در این تحقیق یک سیستم پایلوتی غشایی ساخت شرکت بیوکن روسمی<sup>۱</sup> مورد استفاده قرار گرفت (شکل ۱). این سیستم شامل یک تانک تغذیه، پمپ سانتریفیوژی، دبی سنج، مدول غشاء UF<sup>۲</sup>، دو فشار سنج، مبدل حرارتی لوله‌ای، دما سنج دیجیتالی و دو شیر کنترل جریان است. مشخصات فنی این سیستم غشایی در جدول (۱) به صورت خلاصه آورده شده است.

برای انجام هر بار عملیات اولترافیلتراسیون شیر ابتدا با افزودن مقدار معینی شیر خشک بدون چربی به آب گرم (۵۰°C) درون یک همزن آزمایشگاهی ۱۲ لیتر شیر پس چرخ تهیه می‌شد. سپس برای تنظیم شرایط فرآیند، سیستم با آب مقطر تحت شرایط عملیاتی مورد آزمایش برای مدت ۱۰ دقیقه به گردش درآمده تا ضمن گرم کردن سیستم پایلوتی، شار جریان آب متطر نیز مورد ارزیابی قرار گیرد. سپس تانک تغذیه سیستم غشایی با نمونه شیر پر می‌شد و عملیات اولترافیلتراسیون در شرایط عملیاتی مورد نظر برای مدت ۳۰ دقیقه ادامه یافت. در انتها CIP<sup>۳</sup> سیستم مطابق دستورالعمل سازنده دستگاه صورت می‌گرفت. سیکل شستشو زمانی پایان می‌پذیرفت که اختلاف شار آب در انتهای فرآیند شستشو با شار آب در ابتدای هر بار عملیات بیش از ۵-۳ درصد نباشد، در غیر اینصورت گرفتگی غشاء بر طرف نشده و می‌بایست سیکل شستشو تکرار گردد.

از جامد به مایع عنوان کرده‌اند (۵). گزارش شده است که ویسکوزیته شیر و خامه بسیار تحت تأثیر درصد چربی است، بطوری که با افزایش درصد چربی، ویسکوزیته در دمای ۲۰°C تا حد قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد (۷).

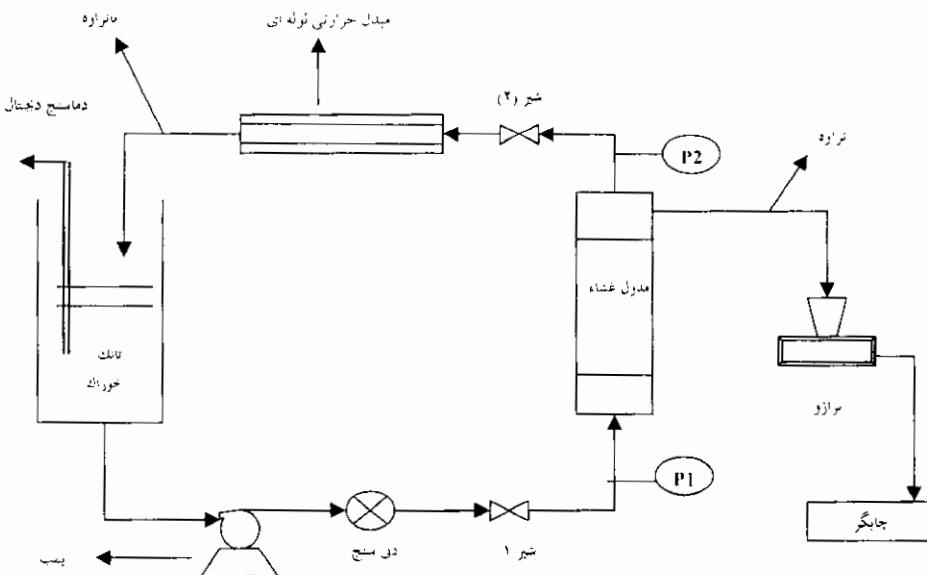
عوامل گوناگونی نظر درصد ماده خشک بدون چربی، درصد چربی، درجه هیدراتاسیون پروتئین‌ها و دما موجب تغییر دانسیته فرآورده‌های لبنی می‌شوند (۶، ۷، ۸، ۹ و ۱۰). افزایش غلظت SNF شیر به ویژه بروتئین‌ها و نمک‌ها موجب افزایش دانسیته شیر می‌گردد (۸)، در حالی که افزایش درصد چربی دانسیته را کاهش می‌دهد (۷). تحقیقات درباره اثر درجه تغییض بر دانسیته شیر و آب پنیر نشان داده است که دانسیته تابع خطی از غلظت پروتئین بوده و به میزان ناجیزی افزایش می‌یابد (۶). شایان ذکر است که بعضی از محققین توانسته اند روابط رگرسیون خطی را برای محاسبه ویسکوزیته شیر به عنوان تابعی از درصد چربی و دما (۱ و ۵)، و دما (۹) یا به عنوان تابعی از نوع شیر (خام، تخمیری و هموژنیزه)، لاکتوز، چربی، نسبت چربی به ماده خشک بدون چربی و دما بدست آورند (۱۱).

با ملاحظه نتایج انتشار یافته می‌توان دریافت که تاکنون تنها مطالعات محدودی درباره اثر عوامل مختلف بر ویسکوزیته و دانسیته شیر و فرآورده‌های لبنی صورت گرفته است. هدف از این تحقیق در ابتداء بررسی تأثیر سطوح مختلف فشار عملیاتی، دمای فرآیند، درصد چربی و pH شیر بر ویسکوزیته و دانسیته تراوه در طی اولترافیلتراسیون شیر و تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند غشایی با تأکید بر این دو خصوصیت فیزیکی است. سپس با استفاده داده‌های تجربی دو مدل رگرسیونی برای ویسکوزیته و دانسیته

1- Biocon Company, Russia

2 - UF module

3 - Cleaning In - Place (CIP)



شکل ۱- شماتیک کلی واحد پایلوتی UF

پارامترها انجام شد و در هر بار عملیات سرعت جریان خوراک و غلظت نمونه‌های شیر ثابت بود. درصد چربی نمونه‌های شیر با استفاده از خامه پاستوریزه و هموژئیزه (۲۸-۳۰ درصد چربی) تنظیم می‌شد. از محلول ۰/۱ نرمال اسید لاکتیک نیز برای تنظیم pH شیر در سطوح مورد آزمایش استفاده گردید. درصد چربی نمونه‌ها با استفاده از دستگاه لاکتواسیtar ساخت شرکت فانک ژربر آلمان<sup>۱</sup> در دمای ۲۵°C و در ۳ تکرار برای هر نمونه اندازه گیری شد. از pH متر مدل ۳۰۱۰ ساخت شرکت جن وی انگلستان<sup>۲</sup> برای اندازه گیری pH نمونه‌های شیر و محلول‌های شیستو استفاده گردید. دانسیته نمونه‌های تراوه در انتهای هر بار عملیات با استفاده از روش پیکنومتری<sup>۳</sup> (پیکنومتر ۲۵ میلی لیتری) بدست آمد<sup>(۸)</sup>. اندازه گیری دانسیته نمونه‌ها در دمای عملیاتی مربوطه برای ۲ تا ۳ تکرار انجام می‌گرفت. ویسکوزیته نمونه‌های تراوه در انتهای هر بار عملیات با استفاده از ویسکومتر لوله موینه‌ل-شکل استوالد<sup>۴</sup> اندازه گیری می‌شد<sup>(۸)</sup>. این ویسکومتر مجهز

جدول ۱ - مشخصات فنی سیستم پایلوتی  
اولترافیلتراسیون

جنس غشاء	پلی سولفون آمید
مدول غشاء	ماربیچ حلزونی
سطح مؤثر غشاء	۰.۳۳ متر مربع
* MWCO	۲۰ کیلو دالتون
دامنه فشار قابل تحمل	۰/۰۵-۳ اتمسفر
دامنه دمای قابل تحمل	۵-۵۵ درجه سانتی گراد
دامنه pH قابل تحمل	۲-۱۱

\* Molecular weight cut off

در این مقاله اثر عوامل مختلف فرآیند نظری اختلاف فشار در عرض غشاء، (TMP)<sup>۱</sup>، دمای عملیات، درصد چربی شیر و pH شیر بر ویسکوزیته و دانسیته تراوه مورد بررسی قرار گرفت. سطوح مختلف این متغیرها به همراه سایر شرایط عملیاتی در جدول (۲) آورده شده است. در مجموع ۱۶ بار عملیات برای بررسی این

1- Transmembrane pressure

2- Lactostar (Funke Gerber Ltd., Germany)

3- Jenway Ltd., U. K.

4- Picnometry method

5- Ostwald U-tube capillary viscometer

### ۳- نتایج و بحث

#### ۱-۳- ویسکوزیته

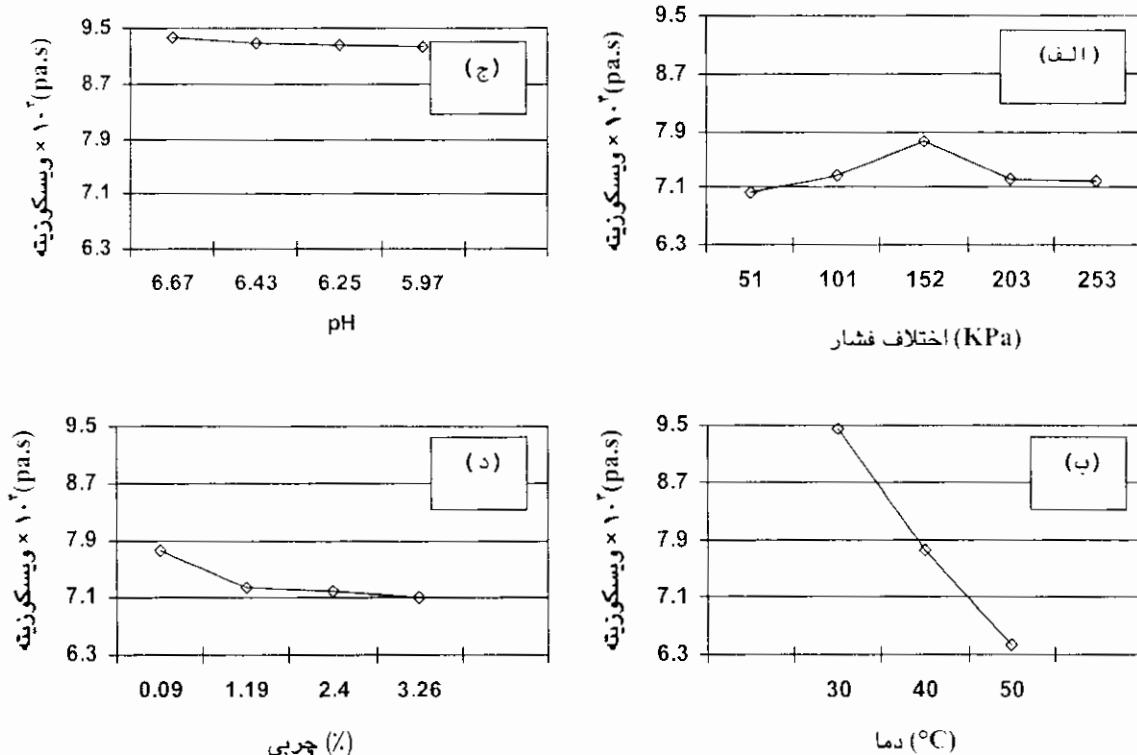
نتایج آزمایشگاهی اثر عوامل مختلف بر ویسکوزیته تراوه نشان می دهد که دما بیشترین و pH کمترین تأثیر را داشته است، (شکل ۲: الف. د). افزایش فشار تا ۱۵۲ کیلوپاسکال مقدار ویسکوزیته را تا حدودی افزایش داده است، ولی ادامه افزایش فشار تا ۲۵۳ کیلوپاسکال موجب کاهش ویسکوزیته گشته است (شکل ۲-الف). تراوه شیر سیالی شیه آب پنیر و دارای ترکیباتی از قبیل لاکتوز، مواد معدنی، پروتئین های محلول (سرم)، ویتامین های محلول در چربی، قطرات کوچک چربی و انواع پیتیدها است (۳). از آنجایی که ویسکوزیته یک سیال تابع نیروهای درون مولکولی است، لذا در توضیح رفتار فشار می توان گفت که تا فشار ۱۵۲ کیلوپاسکال شار تراوه و به عبارتی درصد عبور ترکیبات محلول افزایش می یابد، در نتیجه اصطکاک بین مولکولها و بالطبع ویسکوزیته نیز افزایش خواهد یافت. اما فشارهای بالاتر از ۱۵۲ کیلوپاسکال موجب افزایش گرفتگی <sup>۱</sup> حفرات غشاء گردیده و لذا ویسکوزیته مجدداً به دلیل کاهش غلظت ترکیبات در تراوه کاهش یافته است. با ملاحظه شکل (۲-ب) می توان دریافت که با افزایش دما ویسکوزیته تراوه به میزان قابل توجهی کاهش می یابد. بدیهی است کاهش ویسکوزیته در این حالت متأثر از افزایش حرکت درونی مولکولی ناشی از افزایش دما است (۱ و ۶). کاهش pH شیر از ۶/۶۷ تا ۵/۹۷ تأثیر معنی داری بر ویسکوزیته نگذاشته است، اگر چه ویسکوزیته به مقدار بسیار ناچیزی کاهش نشان داده است (شکل ۲-ج). اسیدی کردن <sup>۲</sup> شیر موجب کاهش حلالیت پروتئین های شیر و افزایش تمایل به رسوب آنها بر سطح غشاء می گردد، از اینرو به احتمال قوی عبور ترکیبات

به حمام آب گرم برای تنظیم دما بود. اندازه گیری ویسکوزیته نمونه ها در دمای عملیاتی مربوطه برای ۳ تا ۵ تکرار صورت می گرفت. شایان ذکر است که ویسکومتر در ابتدا با استفاده از محلول ۵ درصد ساکارز خالص کالیبره شده و ثابت ک آن بدست آمد.

مدلسازی ویسکوزیته و دانسته تراوه به عنوان تابعی از اختلاف فشار در عرض غشاء، دمای فرآیند، درصد چربی و pH شیر با کمک نرم افزار Sigmapstat نسخه ۳/۰ انجام گرفت. برای این منظور چندین مدل رگرسیونی چند متغیره خطی آزمون شد و بهترین مدل بر اساس آزمون آنالیز واریانس رگرسیون، ضریب همبستگی و فاکتور بزرگ شدن واریانس در سطح آماری ۰/۱ درصد خطای انتخاب گردید.

جدول ۲ - سطوح متغیرها و شرایط عملیاتی مورد استفاده در این تحقیق

شرایط عملیاتی			
متغیر	اختلاف فشار	دما	چربی
	(kpa)	(°C)	(٪)
اختلاف	۵۱	۴۰	۰/۰۹۰
فشار در	۱۰۱/۲۳	۴۰	۰/۰۹۵
عرض غشاء	۱۵۲	۴۰	۰/۰۹۰
(TMP)	۲۰۳	۴۰	۰/۰۹۵
	۲۵۳	۴۰	۰/۰۸۵
درجہ	۱۵۲	۳۰	۰/۱۱
حرارت	۱۵۲	۴۰	۰/۰۹
	۱۵۲	۵۰	۰/۱۲
درصد	۱۵۲	۴۰	۰/۰۹
چربی	۱۵۲	۴۰	۲/۴۰
	۱۵۲	۴۰	۲/۲۶
	۱۵۲	۳۰	۲/۴۰
pH	۱۵۲	۳۰	۲/۳۹
	۱۵۲	۳۰	۲/۴۶
	۱۵۲	۳۰	۲/۴۸



شکل ۲- تأثیر عوامل مختلف فرآیند بر ویسکوزیته تراوه در طی اولترافیلتراسیون شیر

- استقلال خطا یا باقیمانده ها از متغیرهای مستقل که معمولاً توسط شاخص  $VIF^4$  یا فاکتور بزرگ شدن واریانس تعیین می شود، در صورتی که این شاخص برای هر متغیر در محدوده ۰-۴ باشد، استقلال خطا از متغیر مربوطه وجود خواهد داشت.

در این تحقیق به منظور تعیین بهترین مدل رگرسیونی چند متغیره خطی، ابتدا چندین ترکیب از متغیرهای مستقل (TMP، T، pH و Fat) برای تعیین چگونگی تابعیت متغیرهای وابسته ( $\mu$  و  $\rho$ ) مورد ارزیابی قرار گرفت و سپس بهترین مدل با توجه به معیارهای فوق الذکر (ضرایب همبستگی، آزمون F و شاخص  $VIF^5$ ) انتخاب گردید. نتایج مدلسازی نشان داد که مدل زیر به بهترین جواب برای برآش داده های واقعی ویسکوزیته در بین مدل های مورد بررسی دست یافته است:

$$\ln \mu = (30.884 T) - (7.86 \times 10^{-5} TMP) + (2.68 \times 10^{-4} pH) - (1.18 \times 10^{-2} Fat) - 7.991 \quad (9)$$

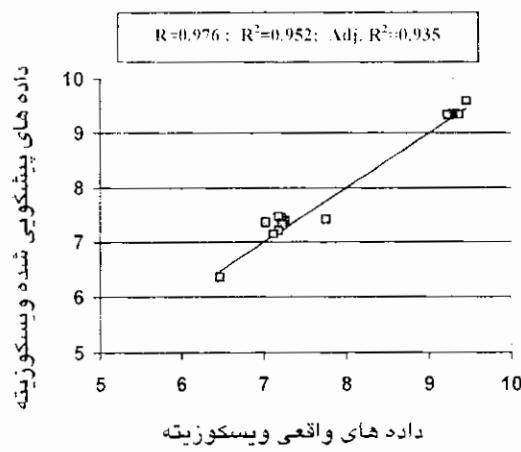
کوچک محلول از درون غشاء به دلیل گرفتنگی بیشتر کاهش می یابد<sup>(۳ و ۶)</sup>. از آنجایی که گلوبولهای چربی مولکولهای بسیار درشتی هستند، لذا احتمالاً با تغییر درصد چربی شیر لایه ذلی روی سطح غشاء ضخیم تر و مستحکم تر می گردد<sup>(۳ و ۷)</sup>، بنابراین به نظر می رسد ویسکوزیته تراوه به دلیل کاهش جزوی غلط اجزاء محلول تا حد کمی کاهش می یابد (شکل ۲-۵). برای تعیین چگونگی تابعیت ویسکوزیته با متغیرهای مستقل فشار (TMP)، دما (T)، pH و درصد چربی (Fat) آنالیز رگرسیون چند متغیره خطی انجام گرفت. عموماً میزان اعتبار یک مدل بر اساس پارامترهای زیر مورد ارزیابی قرار می گیرد:  
 ۱- بزرگ بودن ضریب همبستگی ( $R^1$ )، ضریب تبیین ( $R^2$ ) یا ضریب تبیین تصحیح شده ( $Adj. R^2$ ).  
 ۲- معنی دار بودن آنالیز واریانس رگرسیون توسط آزمون F

1 - Correlation coefficient

2 - Coefficient of determination or R square

3 - Adjusted R square

4 - Variance inflation factor



شکل ۳- همبستگی بین نتایج تجربی و مقادیر پیشگویی شده توسط مدل رگرسیونی چند متغیره خطی (معادله ۹) برای ویسکوزیته تراوه اولترافیلتراسیون شیر

بطوری که دانسته در فشارهای ۵۱ تا ۱۵۲ کیلوپاسکال سیر صعودی و در محدوده ۱۵۲ تا ۲۰۳ کیلوپاسکال سیر نزولی دارد (شکل ۴؛ الف-د). به نظر می‌رسد که کمترین تأثیر را تغییرات pH شیر بر دانسته تراوه داشته است، در حالیکه دمای فرآیند و درصد چربی شیر تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر دانسته تراوه گذاشته‌اند. از میان مواد جامد شیر، چربی کمترین دانسته را دارد، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش درصد چربی و درجه حرارت تراوه، دانسته بطور قابل ملاحظه‌ای کاهش یابد. در ضمن دانسته مایعات تا حدودی تحت تأثیر دما است، اما نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که دما تأثیر عمده‌ای بر دانسته گذاشته است. در توضیح این رفتار می‌توان گفت احتمالاً افزایش دما ضریب نفوذ برگشتی اجزاء محلول به طرف توده سیال و کاهش غلظت آنها را در تراوه موجب گشته است. در مورد دانسته تراوه نیز مشابه ویسکوزیته آن چندین مدل رگرسیونی چند متغیره خطی مورد ارزیابی قرار گرفت و بر اساس نتایج بدست آمده برای معیارهای R، آزمون F و شاخص VII<sup>۱</sup> مدل زیر به عنوان بهترین مدل برای پیشگویی دانسته به عنوان تابعی از عوامل مختلف فرآیند (T, TMP, Fat, pH) انتخاب شد:

$$p = 987.851 + (335.912T) + (0.00277 TMP) + (0.627 pH) - (0.720 Fat)$$

با ملاحظه نتایج آنالیز واریانس رگرسیون مدل انتخابی در جدول (۳) می‌توان دریافت که تنها اثر دما بر ویسکوزیته معنی دار است و ویسکوزیته مستقل از متغیرهای فشار، pH و درصد چربی می‌باشد. شاخص VII برای همه متغیرها بزرگتر از یک بدست آمده است،

یعنی که استقلال خطا از متغیرهای مستقل وجود دارد. در ضمن نسبت میانگین مربعات رگرسیون به میانگین مربعات خطا (آزمون F) در سطح ۰/۱ درصد خطای معنی دار شده است. مقادیر ضرایب همبستگی (R, R<sup>2</sup> و Adj. R<sup>2</sup>) نیز نشان می‌دهند که بین مقادیر داده‌های واقعی ویسکوزیته و مقادیر پیشگویی شده توسط مدل همبستگی عالی وجود دارد (شکل ۳).

جدول ۳- نتایج آنالیز تابعیت ویسکوزیته تراوه فرآیند اولترافیلتراسیون شیر به عنوان تابعی از متغیرهای دما، فشار، pH و درصد چربی

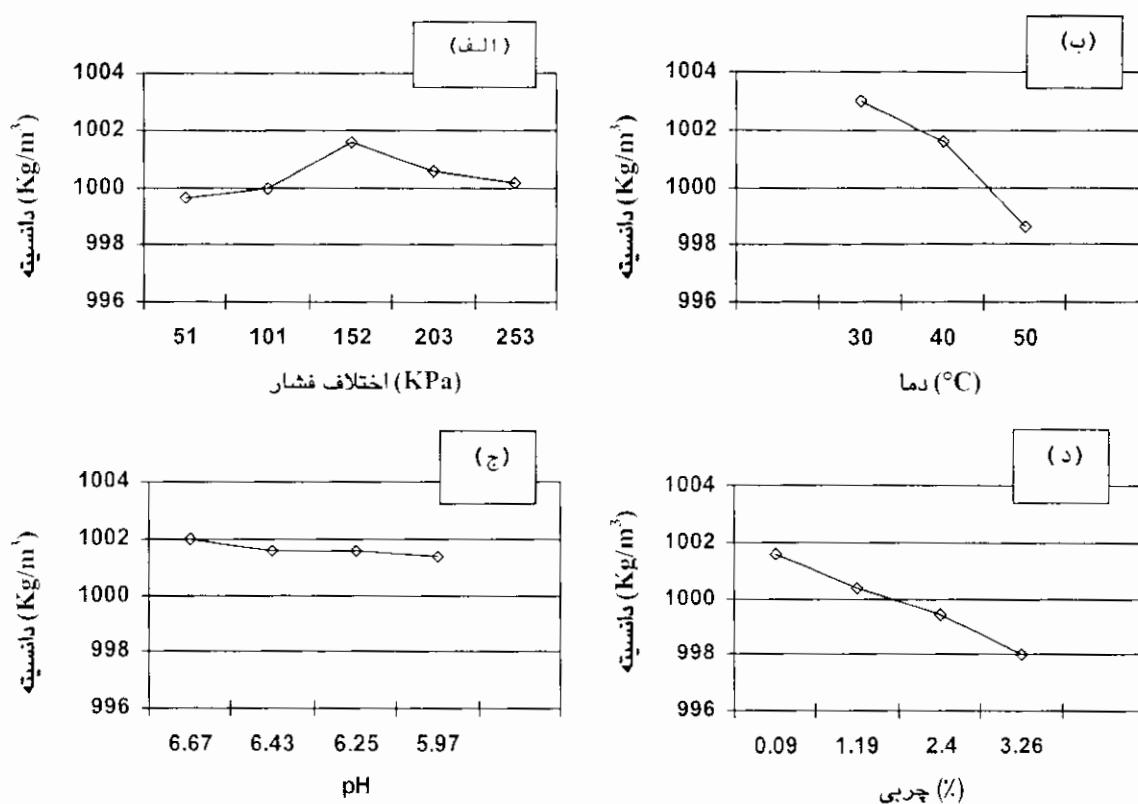
Ind. Variables	Coefficie nt	St. Error	t	P	VIF
Constant	-۷۹۹۱	.۴۴۹	-۱۸.۶۳۸	< .۰۰۱	-
T/T	۳۰.۸۸۴	۲.۶۱۵	۱۱.۸۱۱	< .۰۰۱	۱.۷۴۵
TMP	-۰.۰۰۰۷۸	.۰۰۰۲۰۳	-۰.۳۸۸	>	۱.۰۰۰
pH	۶	.۵۹۲	۰.۰۰۴۵۶	> .۰۰۱	۱.۲۷۷
Fat	-۰.۰۰۰۷۶۸	.۰۰۰۲۷۱	-۱.۶۶۴	.۰۷۰۶	۱.۴۲۷

A.V.	DF	SS	MS	F	P
Regression	۴	.۴۳۷	.۱۱۹	۲۸۳.۰۲۸	< .۰۰۱
Residual	۲۹	.۰۴۷۶	.۰۰۱۶۰۷	-	-
Total	۳۳	.۴۸۴	.۰۱۴۵	-	-

### ۲-۳- دانسته

نتایج اثر عوامل مختلف فرآیند بر دانسته تراوه در طی اولترافیلتراسیون شیر نشان می‌دهند که با افزایش دمای فرآیند، درصد چربی و کاهش pH شیر مقدار دانسته کاهش می‌یابد، اما با فشار مشابه ویسکوزیته رفتار دو گانه‌ای دیده می‌شود.



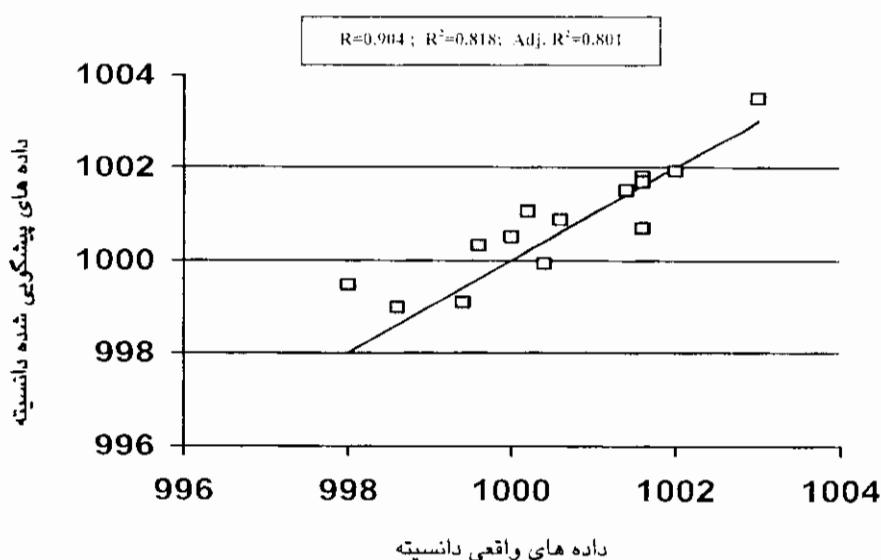
شکل ۴- رفتار دانسیته تراوه به عنوان تابعی از عوامل مختلف فرآیند اولترافیلتراسیون

جدول ۴- نتایج آنالیز تابعیت دانسیته تراوه فرآیند اولترافیلتراسیون شیر به عنوان تابعی از متغیرهای دما، فشار، pH و درصد چربی

Ind. Variables	Coefficient	St. Error	t	P	VIF
Constant	۹۸۷.۸۵۱	۴۲۱۶	۲۳۶.۳۱۸	<.۰۰۱	-
T	۳۳۵.۹۱	۲۶۱۳۸	۱۲.۸۵۱	<.۰۰۱	۱۶۲۰
TMP	-۰.۰۲۷۷	۰.۰۰۲۱۰	-۱.۳۱۴	.۱۹۶	۱۰۰۰
pH	-۰.۸۲۷	۰.۲۹۳	-۱.۰۵۶	.۲۹۷	۱۳۶۲
Fat	-۰.۷۷۰	۰.۰۸۲۴	-۸.۶۳۰	<.۰۰۱	۱۳۶۹

A.Y.	DF	SS	MS	F	P
Regression	۴	۹۵.۴۷۱	۲۴.۳۶۸	۴۸.۱۸۰	<.۰۰۱
Residual	۴۳	۱۴۶۰.۸	۳۳۷.۰	-	-
Total	۴۷	۱۵۵۶.۸	۳۲.۷	-	-

نتایج آنالیز واریانس رگرسیون مدل انتخابی برای دانسیته در جدول (۴) نشان می‌دهد که اثر دما و درصد چربی بر دانسیته معنی دار شده است، اما دانسیته مستقل از متغیرهای فشار و pH می‌باشد. شاخص VIF برای همه متغیرها بزرگتر از یک بوده است، پس استقلال خطأ از کلیه متغیرهای مستقل وجود دارد. در ضمن نسبت میانگین مربعات رگرسیون به میانگین مربعات خطأ (آزمون F) در سطح ۰/۱ درصد خطأ معنی دار شده است. با توجه به مقادیر ضرایب همبستگی (Adj. R<sup>2</sup>) و R<sup>2</sup> در شکل (۵) نیز می‌توان نتیجه گرفت که بین داده‌های تجربی دانسیته و مقادیر بدست آمده توسط مدل (معادله ۱۰) همبستگی خوبی وجود دارد.



شکل ۵- همبستگی بین داده های واقعی دانسیتیه تراوه و مقادیر پیشگویی شده توسط مدل رگرسیونی  
چند متغیره خطی (معادله ۱۰)

#### ۴ - منابع

1. Bakshi, A. S. and D.E. Smith. 1984. "Effect of fat and temperature on viscosity in relation to pumping requirements of fluid". *J. Dairy Sci.* 67(6): 1157-1160.
2. Ballmann, H. and D. Ordolff, 1986. " Causes of variation in viscosity of fresh raw milk". *Milchwissenschaft*. 41(1): 27-29.
3. Cheryan, M., 1998, "Ultrafiltration and Microfiltration Handbook". Techomic publishing Ltd., Lancaster, USA.
4. De Laveau, J., 1979, "Effect of pH on viscosity of sweet and acid whey". *J. Dairy Sci.* 62(9): 1455-1457.
5. Fernandez, M.F., 1972. "Influence of temperature and composition on some physical properties of milk and milk concentrates; II, Viscosity". *J. Dairy Res.* 39(1): 75-82.
6. Jelen, P., 1979, "Physico-chemical Properties of milk and whey in membrane processing", *J. Dairy Sci.*, 62(8): 1343-1351.
7. Robinson, R.K., 1994, "Modern Dairy Technology Vol. 1 & 2", Chapman & Hall Publ. Co. UK.
8. Roy, N.K., 1994, "Textbook of Practical Dairy Chemistry", Kalyani Publ. Com., India.
9. Sethu, R.D., P.C. Pantulu, and C.S. Sudheendranath. 1989. "The interrelationship of electrical conductivity, relative viscosity and absolute temperature of skim milk". *Indian J. Dairy Sci.* 43(3): 543-546.
10. Webb, B.H., 1987, "Fundamentals of Dairy Chemistry", AVI Publ. Co. Wsprost. U.S.A.
11. Yu, J.H. and J.H. Hwang. 1981. " Studies on the viscosity variation of milk and milk products. Korean J. of Animal Sci. 23(1): 54-61.

## Regression models of viscosity and density of permeate as a function of operation parameters in ultrafiltration of milk

Razavi, S. M. A.<sup>†</sup>

### Abstract

Viscosity ( $\mu$ ) and density ( $\rho$ ) are important physical properties for analysis of membrane processes performance and for designing a new membrane process. In addition, the energy requirement for fluid pumping is depend on these two physical properties magnitude. In this study, firstly, the effects of different process factors such as transmembrane pressure (51, 101, 152, 203 and 253 kPa), temperature (30.40 and 50°C) and the effects of physico-chemical properties such as milk pH (6.67, 6.43, 6.25 and 5.97), milk fat percent (0.09, 1.19, 2.4, 3.26) on the viscosity and density of permeate have been considered. Two linear multiple regression models were then developed by Sigmastat software for prediction of  $\mu$  and  $\rho$  during milk ultrafiltration. The experimental results showed that  $\mu$  and  $\rho$  decreased as fat percent or temperature increased. pH had no considerable effect on  $\mu$  and  $\rho$ . Furthermore, increasing transmembrane pressure to 152 kPa led to an increase in both  $\mu$  and  $\rho$ , while further increasing to 253 kPa resulted in a decrease in both  $\mu$  and  $\rho$ . The statistical modeling results showed that the viscosity is only significantly depend on temperature and there was an excellent agreement between actual and predicted data ( $R=0.976$ ), whereas the density is significantly depends on both temperature and fat percent and there was a good agreement between experimental and predicted data ( $R=0.904$ ).

**Keywords:** Ultrafiltration, milk, viscosity, density, permeate and modeling.